



ELIE RADU (1853-1931)

Pedagog, academician și inginer român

**Concursul de Matematică "Elie Radu"**  
**ediția a XVI-a, Ploiești, 07.12.2024, clasa a XI-a**

**SUBIECTUL I (60p)****Pentru problemele 1)-6) alegeți varianta corectă de răspuns:**1) (10p) Domeniul maxim de definiție al funcției dată de legea  $f(x) = \log_{x-2} \left( \frac{x^2-6x+9}{\sqrt[3]{x^2-4}} \right)$  este:a)  $[2, \infty)$  ; b)  $[2, \infty) \setminus \{3\}$  ; c)  $(2, \infty) \setminus \{3\}$  ; d)  $(3, \infty)$  ; e)  $[3, \infty)$ 2) (10p) Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & x \\ -1 & -x & \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2} \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & x \\ -1 & -x & \left(\frac{16}{9}\right)^{x-1} \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  cu  $x \in \mathbb{R}$ .Produsul valorilor reale ale lui  $x$  pentru care  $A = B$  este egal cu:

a) 1 ; b) -1 ; c) 0 ; d) 2 ; e) -2

3) (10p) Se consideră matricea  $M = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$ . Suma elementelor matricei  $\underbrace{M \cdot M \cdot \dots \cdot M}_{\text{de } 2024 \text{ ori}}$  este egală cu:a)  $2 \cdot 3^{1012}$  ; b)  $6^{1012}$  ; c) 0 ; d)  $-2 \cdot 3^{1012}$  ; e)  $3^{2024}$ 4) (10p) Valoarea numărului real  $a \neq 0$  pentru care  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{\sqrt{x^2+2}}{ax} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \right) = 2$  este:a)  $\frac{1}{2}$  ; b) 1 ; c)  $-\frac{1}{2}$  ; d) -2 ; e) alt răspuns5) (10p) Valoarea numărului real  $a > 0$  pentru care  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \ln \left( \frac{2x-1}{x+2} \right) + \ln \left( a + \frac{2}{x} \right) \right) = -1$  este:a)  $\frac{1}{e}$  ; b)  $\frac{1}{2e}$  ; c)  $\frac{1+2e}{2e}$  ; d) 1 ; e) nu există6) (10p) Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ .Mulțimea tuturor valorilor reale ale lui  $a$  pentru care are loc egalitatea  $A \cdot B = \begin{pmatrix} -a^2-1 & 1 \\ a+1 & a^2 \end{pmatrix}$  este:a)  $\{0\}$  ; b)  $\{0; 1\}$  ; c)  $\{-1; 1\}$  ; d)  $\{1\}$  ; e) mulțimea vidă**SUBIECTUL II (30p)****Pentru problemele 1)-2) se cer rezolvările complete:**1) Se consideră mulțimea  $\mathcal{M} = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} / x, y \in \mathbb{R} \right\}$  și matricea  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}$ a) (7p) Determinați perechile de numere întregi  $(x, y)$  pentru care are loc relația  $A \cdot A^t = 4I_2$ , unde  $A^t$  este transpusa matricei  $A \in \mathcal{M}$ .b) (8p) Determinați numărul elementelor  $A$  din mulțimea  $\mathcal{M}$  care verifică relația  $A^2 - 3A = -2I_2$ .2) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - ax - 1, & x < 2 \\ \frac{\sqrt{4x+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x-2} + \sqrt{x}}, & x \geq 2 \end{cases}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ a) (7p) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ b) (8p) Demonstrați că **nu** există  $a \in \mathbb{Q}$  pentru care funcția  $f$  să aibă limită în punctul  $x = 2$ .

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. La subiectul I, fiecare problemă are un singur răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru 2 ore și 30 minute

*Succes!*