Elie Radu (1853-1931), Pedagog, Academician şi inginer

Liceul Tehnologic Energetic "Elie Radu" Ploiești
Concursul de matematică "Elie Radu" Ediția a XVI – a
Ploiești, 7 decembrie 2024
Clasa a IX – a

Subiecte: I. Pentru problemele 1 – 6 precizați varianta de răspuns corectă:

(10p) 1. Dacă $a = \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} \right)^{-1} : \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}} \right) \right] : \left(\frac{1}{5\sqrt{2}} \right)$, atunci a este:

a) $\sqrt{3}$; b) $2\sqrt{2}$; c) 11; d) 20; e) 19

(10p) 2. Se dă funcția $f : [0;2] \to \mathbb{R}$, $f(x) = |(2 - |2 - x|)|$. Cât este: $\frac{1}{2025} \left[\frac{1}{f\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{1}{f\left(\frac{1}{3}\right)} + \cdots + \frac{1}{f\left(\frac{1}{2024}\right)} + 1 \right]$?

a) 2024; b) 2018; c) 2025; d) 1009; e) 1012

(10p) 3. Fie ABCDEF un hexagon regulat cu H centrul de greutate al triunghiului ACE. Să se precizeze cât este suma vectorilor $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HD}, \overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HF}$.

a) $\overrightarrow{AB}$; b) $\vec{0}$; c) $\overrightarrow{EF}$; d) $\overrightarrow{HO}$, unde O este mijlocul lui BD; e) $\overrightarrow{HF}$

(10p) 4. Fie x, y, z, t $\in \mathbb{R}^*$. Dacă $\sqrt{x^2 + y^2 + 6x + 6y + 2xy + 9} + \sqrt{z^2 + 4 + t^2 + 2zt + 4z + 4t} = 7$, atunci x + y + z + t este:

a) 1; b) 5; c) 2; d) 3; e) 4

(10p) 5. Pe laturile triunghiului ABC avem punctele M $\in (AB)$, N $\in (BC)$, P $\in (AC)$ astfel încât: 7AM = 6BM, 6BN = 5NC. Dacă dreptele AN, BP, CM sunt concurente, să se calculeze a $\in \mathbb{R}$, unde $a = \frac{\overrightarrow{AP}}{\overrightarrow{PC}}$.

a) $\frac{5}{6}$; b) $\frac{5}{7}$; c) $\frac{5}{9}$; d) $\frac{6}{5}$; e) $\frac{7}{9}$

(10p) 6. Fie predicatele $p(x)$: "$\sqrt{10 + 3x - 6\sqrt{3x+1}} = 0$" și $q(y)$: "$\sqrt{15 + 3y - 8\sqrt{3y-1}} \neq 0$" , x, y $\in \mathbb{R}$. Să se determine cât este x + y, unde x și y sunt astfel încât propoziția $p(x) \to q(y)$ este falsă.

a) $\frac{7}{3}$; b) 7; c) 5; d) $\frac{14}{3}$; e) $\frac{25}{3}$

II. Scrieți rezolvarea completă:

(15p) 1. Pe laturile (AB) și (AC) ale triunghiului ABC se consideră punctele M, respectiv N astfel încât AM = 5MB și AN = 5NC. Pe semidreptele (BN și (CM se consideră punctele P și Q astfel încât NP = 5BN și QM = 5CM. Să se demonstreze vectorial că A, P, Q sunt coliniare.

(15p) 2. Demonstrați că $\forall$ n $\in \mathbb{N}^*$ are loc egalitatea: $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \cdots + \frac{n}{3^n} = \frac{3^{n+1} - 2n - 3}{4 \times 3^n}$.

Se acordă 10p din oficiu.

SUCCES!