



Elie Radu (1853-1931)
Pedagog, Academician și inginer român

Colegiul Tehnic “Elie Radu”, Ploiești
Concursul de matematică “Elie Radu” Ediția a XVI-a
Ploiești, 7 Decembrie 2024
Clasa a IX-a

Barem

Subiect	Rezultat	Punctaj
I.1	d) 20	10p
I.2	e) 1012	10p
I.3	b) $\vec{0}$	10p
I.4	c) 2	10p
I.5	b) $a = \frac{5}{7}$	10p
I.6	e) $x + y = \frac{25}{3}$	10p
II.1	Se face desenul. Apoi $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NP} = 5\overrightarrow{NC} + 5\overrightarrow{BN} = 5(\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{BN}) = 5\overrightarrow{BC}$, de unde $\overrightarrow{AP} = 5\overrightarrow{BC}$	5p
	$\begin{aligned}\overrightarrow{AQ} &= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MQ} = 5\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{CM} \\ &= 5(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CM}) \\ &= 5\overrightarrow{CB}, \text{ de unde } \overrightarrow{AQ} = 5\overrightarrow{CB}\end{aligned}$	5p
	De aici, $\overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AQ}$ de unde \overrightarrow{AP} coliniar cu \overrightarrow{AQ} de unde punctele A, P, Q coliniare	5p
II.2	Se demonstrează prin inducție $P(n): " \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3^{n+1} - 2n - 3}{4 \cdot 3^n} "$	3p



Elie Radu (1853-1931)
Pedagog, Academician și inginer român

	$P(1): \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ " Adevărat	
	Presupunem $P(K)$ adevărat. Demonstrăm $P(k+1)$ adevărat $P(K): \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{k}{3^k} = \frac{3^{k+1}-2k-3}{4 \cdot 3^k},$ Adevărat $P(K+1): \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{k}{3^k} + \frac{k+1}{3^{k+1}} = \frac{3^{k+2}-2k-5}{4 \cdot 3^{k+1}}.$	5p
	De arătat că $\frac{3^{k+1}-2k-3}{4 \cdot 3^k} + \frac{k+1}{3^{k+1}} = \frac{3^{k+2}-2k-5}{4 \cdot 3^{k+1}}$. Se aduce la același numitor.	4p
	Avem egalitate $3^{k+2}-2k-5 = 3^{k+2}-2k-5$. Deci $P(n)$ Adevărat $\forall n \in IN^*$	3p

Se acordă 10p din oficiu.